АКАДЕМИЯ НАУК СССР
НАУЧНЫЙ ЦЕНТР БИОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР
ИНСТИТУТ КОЛЛОИДНОЙ ХИМИИ И ХИМИИ ВОДЫ
им. А.В.ДУМАНСКОГО

ПРЕПРИНТ

Г.А.ДЕНИСОВ, Н.И.ЖАРКИХ

ИОНОФОРЕЗ СЛАБОЗАРЯЖЕННОЙ НЕПРОВОДЯЩЕЙ СФЕРЫ

ПУЩИНО • 1988

УДК 541.182

Решена задача о диффузиофорезе слабозаряженной диэлектрической коллоидной частицы сферической формы в многокомпонентном растворе электролита при произвольном соотношении размера частицы и толщины двойного электрического слоя. Скорость движения частицы представлена в виде ряда по целым положительным степеням её дзета-потенциала; в явном виде вычислены члены до квадрата дзета-потенциала включительно.

Полученные результаты могут быть использованы при моделировании процессов мембранного транспорта, электрофореза, хроматографического разделения белков.

Работа будет опубликована в "Коллоидном журнале".

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из актуальных задач биотехнологии является совершенствование существующих [1] и разработка новых, в том числе мембранных [2] методов селективного извлечения целевых продуктов биосинтеза из культуральной жидкости. В последнее время в научной литературе был рассмотрен новый метод интенсификации селективного транспорта заряженных компонентов [3-7], в частности, белков [6-7] через синтетические полимерные мембраны, состоящий в специальном подборе химического состава растворов и создании перепадов концентраций микроионов на мембране. Для полного выявления возможностей этого метода необходимо создание его математической модели [8], [9], в частности, описание переноса заряженных белковых макромолекул при совместном действии градиентов концентрации сразу многих растворенных веществ, то есть диффузиофореза в многокомпонентном растворе. Наиболее простое решение этой задачи может быть получено, если вычислить градиенты электрохимических потенциалов всех ионов в растворе и затем рассматривать диффузиофоретическое движение частицы как алгебраическую сумму движений под действием ионов отдельных сортов – ионофоретических движений. Математический аппарат для такого рассмотрения развит в [10-12]. Там вычислены ионофоретические подвижности частицы с тонким двойным электрическим слоем (ДЭС) при произвольной величине поверхностного потенциала. Однако для описания переноса белков более адекватным представляется рассмотрение другого подмножества характерных параметров задачи, а именно случая слабозаряженных частиц с размером, соизмеримым с толщиной ДЭС. Так, при описании электрофореза белков традиционно используется формула Генри [13]. В данной работе будет получен аналог формулы Генри для ионофоретической и диффузиофоретической подвижностей.

§ 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исходные уравнения для описания ионофореза под действием ионов сорта i $(i=1,\dots,n)$ выведены в [II,I2] ; они включают уравнения Стокса для ползущего течения жидкости (при малых числах Рейнольдса) и уравнение непрерывности для потока ионов с учётом их избытка в ДЭС:

$$\begin{aligned} &\operatorname{div}[e^{-z_i\varphi}(\vec\nabla\mu_i - \vec v/D_i)] = 0,\\ &\operatorname{div}\vec v = 0, \qquad\qquad (I)\\ &\eta\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec v - \vec\nabla p + \vec f_i = 0,\ \vec f_i = c_i(e^{-z_i\varphi}-1)\vec\nabla\mu_i. \end{aligned}$$

Здесь η – динамическая вязкость жидкости, D_i – коэффициент диффузии ионов сорта i , z_i – их алгебраическая валентность (положительная для катионов и отрицательная для анионов), μ_i – электрохимический потенциал, c_i – объёмная концентрация, $\vec v$ – скорость течения жидкости относительно частицы, p – потоковое давление, $\vec f_i$ – потоковая сила, φ – равновесный потенциал ДЭС, измеренный в единицах $RT/\mathcal{F}$ (он считается заданным). Граничные условия на поверхности непроводящей непроницаемой для жидкости частицы суть:

$$\vec v\,\big|_{r=a} = 0, \qquad \frac{\partial\mu_i}{\partial r}\Big|_{r=a} = 0 \qquad (2)$$

(a – радиус частицы), то есть условия прилипания для скорости и условие отсутствия нормального потока ионов. Граничные условия на бесконечности зависят от того, какое конкретное явление мы рассматриваем; для задачи ионофореза необходимо задать однородный градиент электрохимического потенциала ионов i-го сорта (индекс сорта, если не оговорено противное, здесь и далее опускаем):

$$\frac{\partial\mu}{\partial r}\Big|_{r\to\infty} = B\cos\theta \qquad (3)$$

(здесь θ – угол между осью симметрии системы и радиусом – вектором $\vec r$, направленным в данную точку из центра частицы) и условие отсутствия полной силы, действующей на частицу:

$$\vec F = 0. \qquad (4)$$

Поле скорости должно быть регулярно на бесконечности; однородная на бесконечности скорость движения жидкости относительно частицы (взятая с отрицательным знаком) и будет при этом скоростью ионофореза.

§ 3. ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ

Система уравнений (I) в математическом отношении представляет собой систему линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами; получить ее общее решение, справедливое при всех значениях параметров, не представляется возможным. Будем разыскивать приближённое решение, рассматривая в качестве малого параметра безразмерный потенциал ДЭС φ . В теории электрофореза такой подход разработан в статьях Генри [I4] , Овербека [I5] , Буса [I6] , а в теории диффузиофореза и ионофореза он ранее не применялся. Представим все полевые величины в (I) в виде рядов по целым неотрицательным степеням этой малой величины, не выделяя её явно:

$$\begin{aligned} \vec v &= \vec v_0 + \vec v_1 + \vec v_2 + \dots,\\ p &= p_0 + p_1 + p_2 + \dots, \qquad\qquad (5)\\ \vec f &= \vec f_0 + \vec f_1 + \vec f_2 + \dots,\\ \mu &= \mu_0 + \mu_1 + \mu_2 + \dots. \end{aligned}$$

Тогда для величин нулевого, первого и второго порядков получим соответственно:

$$\begin{aligned} &\Delta\mu_0 = 0,\\ &\operatorname{div}\vec v_0 = 0, \qquad\qquad (6)\\ &\eta\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec v_0 - \vec\nabla p_0 = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\Delta\mu_1 = \operatorname{div}[z\varphi(\vec\nabla\mu_0 - \vec v_0/D)],\\ &\operatorname{div}\vec v_1 = 0, \qquad\qquad (7)\\ &\eta\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec v_1 - \vec\nabla p_1 + \vec f_1 = 0;\ \vec f_1 = -cz\varphi\vec\nabla\mu_0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\Delta\mu_2 = \operatorname{div}[-z^2\varphi(\vec\nabla\mu_0 - \vec v_0/D)/2 + z\varphi(\vec\nabla\mu_1 - \vec v_1/D)],\\ &\operatorname{div}\vec v_2 = 0, \qquad\qquad (8)\\ &\eta\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec v_2 - \vec\nabla p_2 + \vec f_2 = 0;\ \vec f_2 = -cz\varphi\vec\nabla\mu_1 + cz^2\varphi\vec\nabla\mu_0/2. \end{aligned}$$

Наша цель – вычислить $\vec v$ с точностью до членов второго порядка; при этом надо учесть, что в силу граничных условий члены нулевого порядка в скорости и давлении отсутствуют. Таким образом, нам необходимо вычислить поля μ_0 , μ_1 , $\vec v_1$, $\vec v_2$.

Поле μ_0 даётся выражением:

$$\mu_0 = B\cos\theta\,\left(r + \frac{1}{2r^2}\right) \qquad (9)$$

(в формулах (9) – (I5) сферический радиус r измеряется в единицах радиуса частицы a). Для вычисления остальных полей необходимо решать неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Если ограничиться полями дипольной симметрии (которые только и могут дать однородную на бесконечности скорость), то нетрудно получить общие решения этих уравнений методом вариации постоянных. Общее решение уравнения Пуассона для электрохимического потенциала

$$\Delta\mu = g(r)\cos\theta$$

имеет вид:

$$\mu = \cos\theta\left[\left(A_5 r + \frac{A_6}{r}\right) - \frac{r}{3}\int_r^\infty\left(1 - \frac{x^3}{r^3}\right)g(x)\,dx\right],$$

то есть суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного, причем последнее выбрано так, что экспоненциально убывает за пределами ДЭС. Применение этой формулы к первому уравнению (7) дает:

$$\mu_1 = \cos\theta\, B a z\left[\frac{T}{2r^2} + r\int_r^\infty \varphi(x)\left(\frac{1}{x^4} - \frac{x^2}{r^3}\right)dx\right], \qquad (I0)$$

где

$$T = \int_1^\infty \varphi(x) f_T(x)\,dx, \quad f_T(x) = 2x^2 + x^{-4}.$$

Общее решение неоднородных уравнений Стокса

$$\operatorname{div}\vec{v} = 0,$$

$$\eta\,\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{v} - \vec{\nabla}p = (f_r(r)\cos\theta,\ f_\theta(r)\sin\theta,\ 0)$$

имеет аналогичную структуру [I7] :

$$v_r = \cos\theta\left(A_1 - \frac{2A_2}{r^3} + \frac{A_3 r^2}{10} + \frac{A_4}{r} + V_r\right),$$

$$v_\theta = \sin\theta\left(-A_1 - \frac{A_2}{r^3} - \frac{A_3 r^2}{5} - \frac{A_4}{2r} + V_\theta\right), \qquad (II)$$

$$p = \eta a^{-1}\cos\theta\left(-A_3 r - A_4/r^2 + Q\right),$$

где частные решения вида

$$V_r(r) = -\frac{a^2}{3\eta}\int_\infty^r dx\left[f_r(x)\left(-x - \frac{x^4}{5r^3} + \frac{r^2}{5x} + \frac{x^2}{r}\right) + f_\theta(x)\left(x + \frac{4x^4}{5r^3} + \frac{r^2}{5x} - \frac{2x^2}{r}\right)\right],$$

$$V_\theta(r) = \frac{a^2}{3\eta}\int_\infty^r dx\left[f_r(x)\left(-x + \frac{x^4}{10r^3} + \frac{2r^2}{5x} + \frac{x^2}{2r}\right) + f_\theta(x)\left(x - \frac{2x^4}{5r^3} + \frac{2r^2}{5x} - \frac{x^2}{r}\right)\right], \qquad (I2)$$

$$Q(r) = \frac{a}{3\eta}\int_\infty^r dx\left[f_r(x)\left(\frac{2r}{x} + \frac{x^2}{r^2}\right) + f_\theta(x)\left(\frac{2r}{x} - \frac{2x^2}{r^2}\right)\right]$$

также экспоненциально убывают за пределами ДЭС.

Преобразуем (II), (I2) так, чтобы непосредственно получить скорость ионофореза. Для этого учтём, что для регулярности скорости на бесконечности необходимо положить $A_3 = 0$; в силу условия (4) A_4 также равно нулю (поскольку $F = -4\pi a\eta A_4$ [I7]). Коэффициенты A_I и A_2 определяются из условий (2):

$$A_1 - 2A_2 + V_r(1) = 0; \quad -A_1 - A_2 + V_\theta(1) = 0,$$

откуда получаем, что интересующий нас коэффициент A_I, то есть модуль скорости на бесконечности, равен

$$V_{iph} = A_1 = \frac{2}{3}V_\theta(1) - \frac{1}{3}V_r(1).$$

Подставляя сюда выражения (I2), приходим к формуле:

$$V_{iph} = \frac{a^2}{9\eta}\int_1^\infty dx\left[f_r\left(-3x + \frac{1}{x} + 2x^2\right) + f_\theta\left(3x + \frac{1}{x} - 4x^2\right)\right], \qquad (I3)$$

которая даёт вклад в скорость ионофореза того порядка по потенциалу ДЭС, какого порядка член в объёмной силе подставлен в неё. Применяя эту формулу к уравнениям (7) и (8), получаем соответственно:

$$V_{iph_1}(\varphi) = \frac{a^2 c z B}{3\eta}\int\limits_1^\infty dx\, \varphi(x)\, f_1(x), \qquad (14)$$

$$V_{iph_2}(\varphi) = \frac{a^2 c z^2 B}{9\eta}\int\limits_1^\infty dx\, \varphi(x)\Big[T f_2(x) +$$

$$+ \varphi(x) f_3(x) + \int\limits_x^\infty dy\, \varphi(y)\, f_4(x,y)\Big], \qquad (15)$$

где $f_1(x) = -2x^2 + 2x - 1/2x^2 + 1/2x^4$,

$$f_2(x) = 3(x^{-1} - x)/2x^3, \quad f_3(x) = x^2 + x^{-1} - 9/4x^2 + \qquad (16)$$
$$+ 1/4x^4, \quad f_4(x,y) = 6x(1-x)/y^4 + 3y^2(x - x^{-1})/x^3.$$

Нетрудно показать, что с увеличением толщины двойного слоя V_{iph_2} убывает и при бесконечной толщине ДЭС обращается в ноль.

§ 4. СТРОЕНИЕ РАВНОВЕСНОГО ДВОЙНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СЛОЯ

Чтобы практически воспользоваться формулами (14), (15) для расчета ионофоретических подвижностей, необходимо подставить в них выражения для равновесного потенциала ДЭС слабозаряженной сферической частицы с двойным слоем произвольной толщины. Это выражение должно включать члены вплоть до квадрата ζ -потенциала включительно (ζ -потенциалом будем называть потенциал поверхности частицы, измеренный в единицах $RT/\mathcal{F}$). Если линейный по ζ -потенциалу член не зависит от состава электролита (зависит только от его ионной силы), то квадратичный по -потенциалу член зависит и от состава раствора. Чтобы вычислить эти члены, запишем уравнение Пуассона-Больцмана

$$\Delta\varphi = -\frac{4\pi\mathcal{F}^2}{\varepsilon RT}\sum_i c_i z_i e^{-z_i\varphi} \qquad (17)$$

с краевыми условиями:

$$\varphi|_{r=a} = \zeta, \quad \varphi|_{r\to\infty} = 0. \qquad (18)$$

Воспользовавшись малостью ζ -потенциала, разложим (17) в ряд по степеням φ :

$$\Delta\varphi = \varkappa^2(\varphi - \lambda\varphi^2/2), \qquad (19)$$

где $\varkappa^2 = 4\pi\mathcal{F}^2\sum_i c_i z_i^2/\varepsilon RT$ - квадрат обратного дебаевского радиуса, а величину $\lambda = \sum_i c_i z_i^3/\sum_i c_i z_i^2$ можно назвать асимметрией раствора. Величина λ обычно по абсолютной величине не превосходит 1 и только для бинарного 3:1 электролита достигает 2. Разложим теперь φ в ряд по степеням ζ -потенциала:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots$$

и получим для отдельных членов разложения уравнения:

$$\Delta\varphi_1 = \varkappa^2\varphi_1, \qquad (20)$$

$$\Delta\varphi_2 = \varkappa^2(\varphi_2 - \lambda\varphi_1^2/2). \qquad (21)$$

Величина φ_1 должна удовлетворять краевым условиям (18), а φ_2 -нулевым краевым условиям на обеих границах. Решения уравнений (20), (21) имеют вид:

$$\varphi_1(x) = \zeta\frac{\varkappa a}{x} e^{-(x-\varkappa a)}, \qquad (22)$$

$$\varphi_2(x) = T_1\frac{e^{-x}}{x} - I_1(x)\frac{e^{-x}}{x} + I_2(x)\frac{e^{x}}{x}, \qquad (23)$$

где

$$T_1 = I_1(\varkappa a) - e^{2\varkappa a} I_2(\varkappa a); \quad I_{1,2}(x) = \int\limits_x^\infty dy\, \lambda\varphi_1^2(y)\, y\, e^{\pm y}/4,$$

а переменные x и y измерены в единицах $\varkappa^{-1}$. Теперь для получения ионофоретической подвижности не в виде ряда по степеням φ , а в виде ряда по степеням параметра ζ нужно перегруппировать члены в разложении (14), (15). Подстановка φ_1 в (14) даст единственный член, линейный по ζ ; подстановка φ_2 в (14) и φ_1 в (15) даст члены, квадратичные по ζ . Подставлять φ_2 в (15) не нужно, так как это даст члены $O(\zeta^3)$, которые не учитывались в расчете.

§ 5. РАСЧЕТ СКОРОСТИ ДИФФУЗИОФОРЕЗА В МНОГОКОМПОНЕНТНОМ РАСТВОРЕ.

Скорость движения частицы под действием градиентов концентрации одновременно всех растворенных веществ равна сумме скоростей ионофоретических движений, то есть членов вида (I4) и (I5), просуммированных по всем сортам ионов. Интегралы, входящие в эти выражения (с учетом (22), (23)) зависят от $\varkappa a$ и могут быть вычислены и протабулированы с помощью ЭВМ. Удобнее, однако, предварительно провести указанное выше суммирование, используя для B_i конкретные представления

$$\vec{B}_i = RT(\vec{\nabla} c_i / c_i + z_i \vec{\nabla}\varphi), \quad B_i = |\vec{B}_i|,$$

и лишь затем табулировать возникающие интегральные выражения. При этом скорость частицы будет иметь традиционный вид [I8] суммы двух вкладов - вклада, обусловленного электрофорезом в поле диффузионного потенциала микроионов, и вклада за счет осмотической компоненты диффузиофореза. Первый вклад для слабозаряженных частиц с ДЭС произвольной толщины уже рассчитан в теории Овербека - Буса - Вирсема [I9]. Расчет второго вклада до сих пор был проведен только для частиц с тонким ДЭС [20,2I].

Суммирование коэффициентов при интегралах в (I4), (I5) по всем сортам ионов дает (после замены B_i на $\vec{B}_i$):

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{a^2 c_i z_i \vec{B}_i}{3\eta} = -\frac{\varepsilon}{6\pi\eta}\frac{RT}{\mathcal{F}}\vec{E}\frac{(\varkappa a)^2}{2},$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{a^2 c_i z_i^2 \vec{B}_i}{9\eta} = -\lambda\frac{\varepsilon}{18\pi\eta}\frac{RT}{\mathcal{F}}\vec{E}\frac{(\varkappa a)^2}{2} + \frac{\varepsilon}{18\pi\eta}\left(\frac{RT}{\mathcal{F}}\right)^2\frac{\vec{\nabla} I}{I}\frac{(\varkappa a)^2}{2}.$$

Здесь $\vec{E} = -RT\vec{\nabla}\varphi/\mathcal{F}$ - напряженность поля диффузионного потенциала микроионов, $I = \sum_i c_i z_i^2$ - ионная сила раствора. Скорость движения частиц с точностью до членов порядка $O(\zeta^2)$ включительно запишется в виде

$$\vec{V} = \frac{\varepsilon\zeta}{6\pi\eta}\frac{RT}{\mathcal{F}}\vec{E} f(\varkappa a) + \lambda\frac{\varepsilon\zeta^2}{6\pi\eta}\frac{RT}{\mathcal{F}}\vec{E} g(\varkappa a) + \frac{\varepsilon\zeta^2}{32\pi\eta}\left(\frac{RT}{\mathcal{F}}\right)^2\frac{\vec{\nabla} I}{I} h(\varkappa a), \qquad (24)$$

где

$$f(\varkappa a) = -\frac{(\varkappa a)^2}{2}\int_{\varkappa a}^{\infty}\frac{dx}{x} e^{-(x-\varkappa a)} f_1\left(\frac{x}{\varkappa a}\right), \qquad (25)$$

$$h(\varkappa a) = \frac{8}{9}(\varkappa a)^2\int_{\varkappa a}^{\infty}\frac{dx}{x} e^{-(x-\varkappa a)}\Big[f_2\left(\frac{x}{\varkappa a}\right)\int_{\varkappa a}^{x}\frac{dy}{y} e^{-(y-\varkappa a)} \times f_T\left(\frac{y}{\varkappa a}\right) + \frac{\varkappa a}{x} e^{-(x-\varkappa a)} f_3\left(\frac{x}{\varkappa a}\right) + \int_{x}^{\infty}\frac{dy}{y} e^{-(y-\varkappa a)} f_4\left(\frac{x}{\varkappa a}, \frac{y}{\varkappa a}\right)\Big], \qquad (26)$$

$$g(\varkappa a) = -\frac{3}{16} h(\varkappa a) + \frac{(\varkappa a)^3}{8}\int_{\varkappa a}^{\infty}\frac{dx}{x} e^{-(x-\varkappa a)} f_1\left(\frac{x}{\varkappa a}\right) e^{\frac{\varkappa a}{x}} \times\left[Ei(-\varkappa a) - e^{2\varkappa a} Ei(-3\varkappa a) - Ei(-x) + e^{2x} Ei(-3x)\right]; \quad Ei(-x) = \int_{x}^{\infty}\frac{e^{-y}}{y} dy. \qquad (27)$$

Подчеркнём, что выражение (24) справедливо в случае многокомпонентного раствора произвольного состава.

Первый член суммы (24) представляет собой скорость электрофореза в приближении Генри [I4], второй член обусловлен валентной асимметрией электролита и возникает в теории электрофореза Овербека [I5]. Относительно функции h в третьем члене суммы ранее было известно, что при $\varkappa a \to \infty$ она должна обращаться в I [20], а при достаточно больших $\varkappa a$, согласно [2I], $h \simeq 1 - 21/2\varkappa a + O[(\varkappa a)^{-2}]$

Вычисление функций $f(\varkappa a)$, $g(\varkappa a)$ и $h(\varkappa a)$ может быть проведено следующим образом. Все интегралы, входящие в выражения (25)-(27), заменой переменных приводятся к виду

$$\int_0^{\infty} e^{-x} R_1(x)\,dx \qquad \text{либо} \qquad \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} e^{-(x+y)} R_2(x,y)\,dx\,dy, \qquad (28)$$

где R_i, $i=1,2$ - рациональные функции своих аргументов. Интегралы вида (28) вычисляются приближенно с помощью квадратурных формул наивысшей алгебраической степени точности

$$\int_0^{\infty} e^{-x} R_1(x)\,dx \approx \sum_{s=1}^{m} K_s R_1(x_s),$$

$$\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} e^{-(x+y)} R_2(x,y)\,dx\,dy \approx \sum_{s=1}^{m}\sum_{p=1}^{m} K_s K_p R_2(x_s, y_p),$$

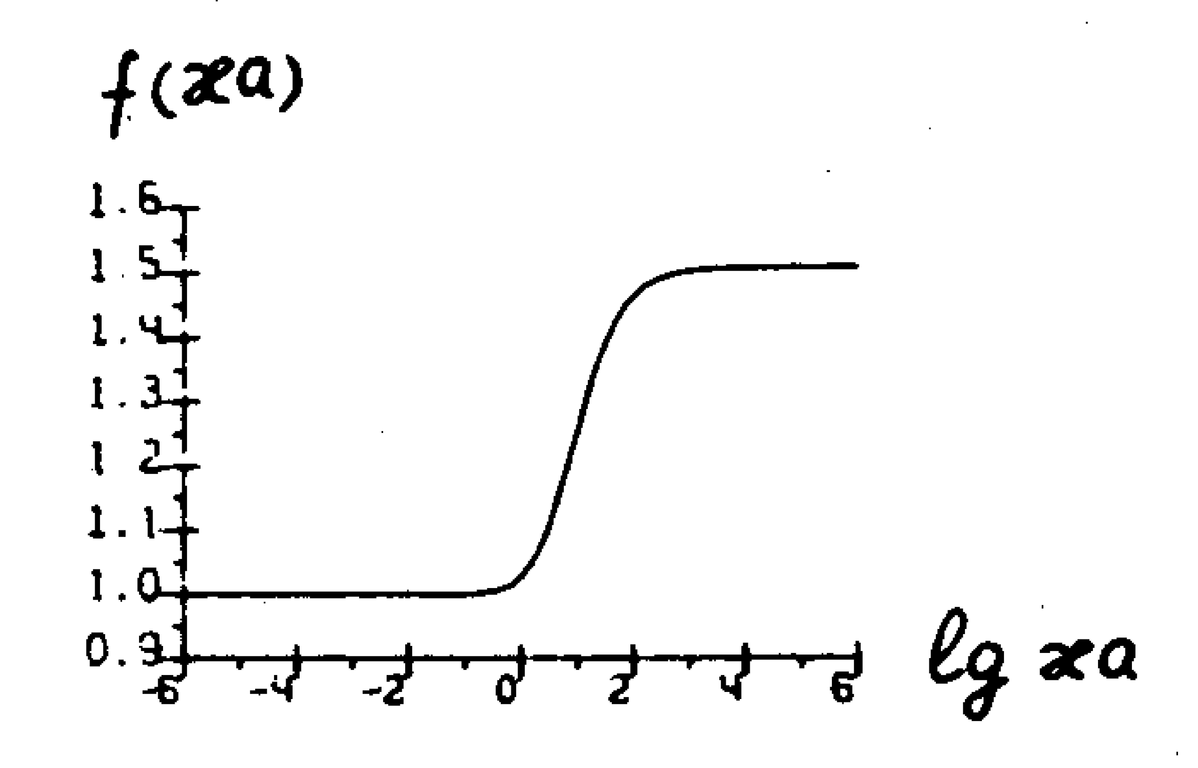
где координаты x_s узлов интегрирования и значения коэффициентов K_s приведены в [22] .

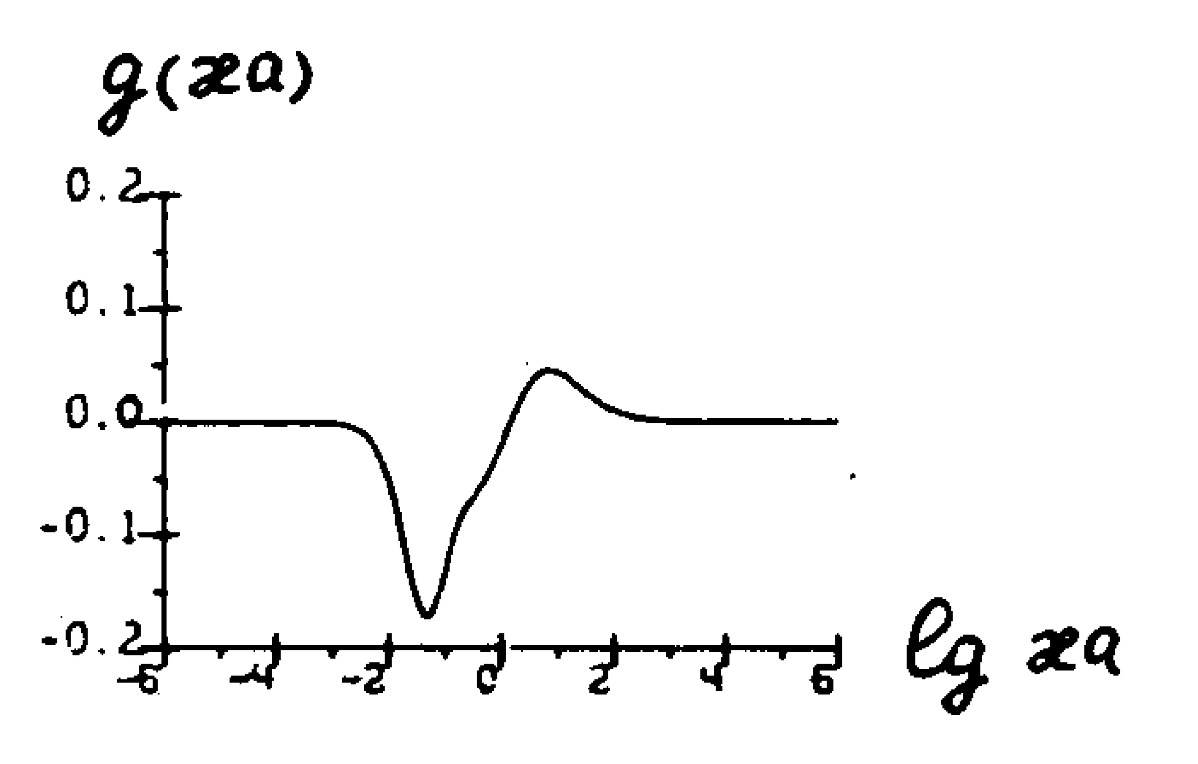
В таблице I представлены результаты расчетов для m = I5; для сравнения там же приведены значения выражения $6/f(\varkappa a)$ из монографии [I3] , рассчитанные М.Гориным в I94I году.

Таблица I

Значения функций $6/f(\varkappa a)$, $g(\varkappa a)$ и $h(\varkappa a)$.

$\varkappa a$	$6/f$[I3]	$6/f$	g	h
IO^{-8}		6.00	I.67·IO^{-9}	4.44·IO^{-9}
IO^{-7}		6.00	I.67·IO^{-8}	4.45·IO^{-8}
IO^{-6}		6.00	I.659·IO^{-7}	4.498·IO^{-7}
IO^{-5}		6.00	I.568·IO^{-6}	4.980·IO^{-6}
IO^{-4}		6.00	0.668·IO^{-5}	9.764·IO^{-5}
IO^{-3}		6.00	-0.775·IO^{-3}	5.454·IO^{-3}
0.0I		6.00	-0.5I3·IO^{-I}	0.286
0.I		5.996	-0.I29	0.78I
I.0	5.844	5.844	-0.I86·IO^{-I}	0.475
2.0	5.63I	5.633	0.I64·IO^{-I}	0.399
3.0	5.450	5.450	0.324·IO^{-I}	0.380
4.0	5.298	5.299	0.403·IO^{-I}	0.385
5.0	5.I75	5.I74	0.44I·IO^{-I}	0.40I
I0.0	4.843	4.789	0.444·IO^{-I}	0.493
25.0	4.38	4.397	0.296·IO^{-I}	0.705
I00.0	4.II	4.II4	0.I00·IO^{-I}	0.905
IO^{3}		4.0I2	0.III·IO^{-2}	0.9896
IO^{4}		4.00I	0.II2·IO^{-3}	0.9989
IO^{5}		4.000	0.II25·IO^{-4}	I.000





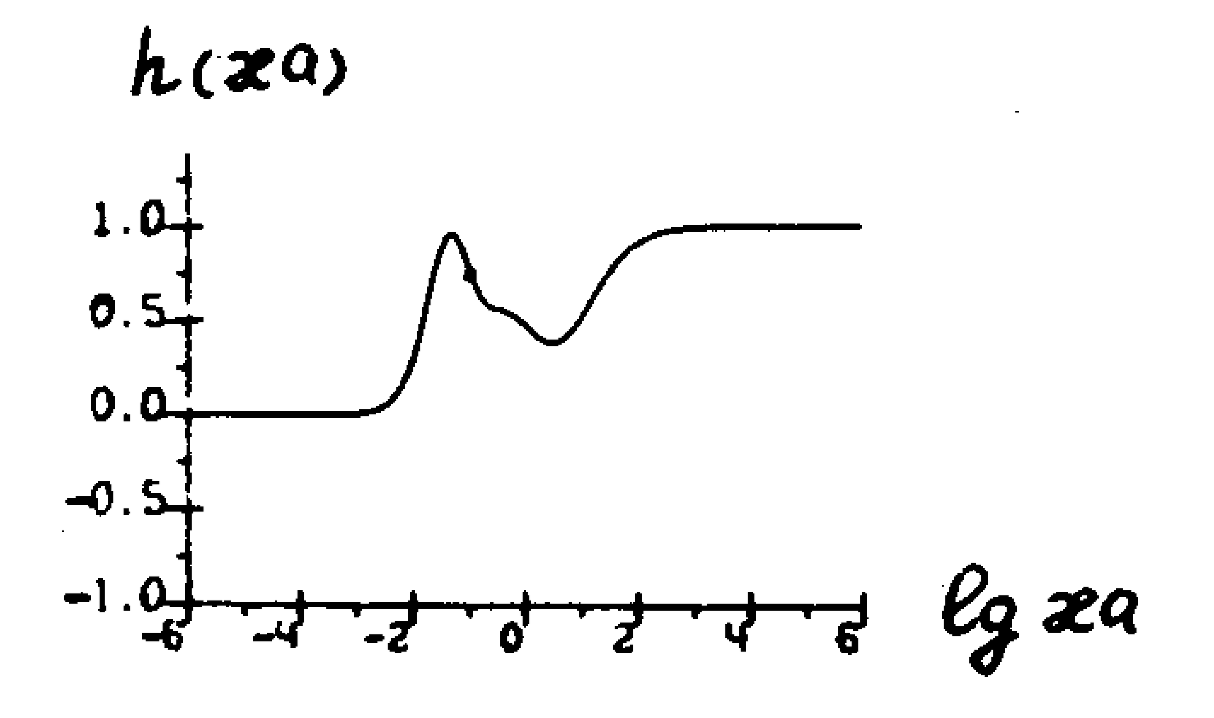


Рис.I. Графики f , g и h как функций аргумента $\lg \varkappa a$.

Данные численных расчетов (см.таблицу I) согласуются с результатами асимптотического анализа выражений (25) - (27) при $\varkappa a \to 0$ и $\varkappa a \to \infty$. Так, при $\varkappa a \to \infty$ имеем, опуская члены порядка $O[(\varkappa a)^{-2}]$:

$$f(\varkappa a) \simeq \frac{3}{2} - \frac{9}{2\varkappa a}, \quad g(\varkappa a) \simeq \frac{9}{8\varkappa a}, \quad h(\varkappa a) \simeq 1 - \frac{21}{2\varkappa a}.$$

Отметим, что последнее выражение (для $h(\varkappa a)$) совпадает с результатом работы [2I], полученным для малых значений дзета-потенциала (см. [2I], формула (3.29)).

При $\varkappa a \to 0$ с точностью до членов $O[(\varkappa a)^2]$ имеем:

$$f(\varkappa a) \simeq 1, \quad g(\varkappa a) \simeq \frac{\varkappa a}{6}, \quad h(\varkappa a) \simeq \frac{4}{9}\varkappa a.$$

На рис. I показаны графики f, g и h в функции аргумента $\lg \varkappa a$.

ЛИТЕРАТУРА

I. Самсонов Г.В., Меленевский А.Т. Сорбционные и хроматографические методы физико-химической биотехнологии.-Л.: Наука, 1986, 230 с.

2. Strathmann H. Trends in Biotechnol., 1985, v. 3, No 4, p. 112.

3. Shimidzu T., Yoshikawa M., Kawakatsu K. - Polym J., 1980, v. 12, No 6, p. 363.

4. Ogata N., Kohei S., Fujimura H. - J. Appl. Polym. Sci., 1980, v. 25, No 7, p. 1419.

5. Uragami T., Watanabe S., Sugihara M. - J. Polym. Sci., Polym. Chem. Ed., 1982, v. 20, No 5, p. 1193.

6. Shataeva L.K., Samsonov G.V., Vacik J., Kopeček J., Kalál J. - J.Appl. Polym. Sci., 1979, v. 23, p. 2245.

7. Shataeva L.K., Denisov G.A., Lazarev P.I. - Synthetic Polymeric Membranes (B. Sedlaček, J. Kahovek, eds.). Berlin e.a.: de Gruyter, 1987, p. 35.

8. Denisov G.A., Lazarev P.I. - Synthetic Polymeric Membranes (B. Sedlaček, J. Kahovek. eds.). Berlin e.a., de Gruyter, 1987, p. 431.

9. Денисов Г.А., Лазарев П.И., Шатаева Л.К.- Препринт ОНТИ НЦБИ, Пущино, 1987, I3 с.

IO. Шилов В.Н., Жарких Н.И., Борковская Ю.Б. - Коллоидн. ж., I985, т. 47, № 4, с. 757.

II. Шилов В.Н., Жарких Н.И., Борковская Ю.Б. - Коллоидн. ж., I985, т. 47, № 5, с. 927.

I2. Жарких Н.И., Борковская Ю.Б. Ионофорез коллоидов. - В кн.: Физико-химическая механика и лиофильность дисперсных систем, вып. I7, Киев, Наукова Думка, I985, с. 76-9I.

13. Abramson H.A., Moyer L.S., Gorin M.H. - Electrophoresis of Proteins. New York: Hafner, 1964, 341 p.

14. Henry D. Proc Roy. Soc. A, 1931, v. 133, No 1, p.106.

15. Overbeek T. - Kolloid Beih., 1943, B. 54, No 2, S. 287.

16. Booth F. Proc. Roy. Soc. A, 1950, v. 203, No 3, p. 514.

I7. Хаппель Дж., Бреннер Г. - Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, I976, 632 с.

I8. Дерягин Б.В., Духин С.С., Короткова А.А. - Коллоидн. ж., I96I, т. 23, № I, с. 53.

I9. Духин С.С., Дерягин Б.В. - Электрофорез. М.: Наука, I976, 328 с.

20. Духин С.С., Дерягин Б.В., Ульберг З.Р., Кузнецова Т.В. Коллоидн. ж., 1980, т. 42, № 3, с. 464.

21. Prieve D.C., Anderson J.L., Ebel J.P., Lowell M.E. - J. Fluid, Mech., 1984, v. 148, p. 247.

22. Крылов В.И. Приближенное вычисление интегралов. М.: Физматгиз, 1959, с. 128.

Т14340. 16.08.88 г. Тираж 250 экз. Заказ 1221Р. Уч.-изд.л. 1,0. Бесплатно. Изд. № 194. Отпечатано с оригинала-макета на ротапринте в Отделе научно-технической информации Научного центра биологических исследований АН СССР в Пущине